Brevet Clermont 2000

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

Calculer en montrant les étapes intermédiaires et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1,6 \times 10^{-10}}{4 \times 10^{-9}} \qquad B = \frac{\frac{11}{3} - 7}{\frac{25}{6}} \qquad C = \frac{3}{7} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{4}.$$

1.2 Exercice 2

On donne l'expression : $D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$.

1. Montrer que D peut s'écrire sous la forme développée et réduite : $D = 14x^2 - 9x - 18$.
2. Calculer les valeurs de D pour $x = \frac{3}{2}$, puis pour $x = \sqrt{2}$ (écrire le deuxième résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$, avec a et b entiers).
3. Factoriser $6x - 9$, puis factoriser D.
4. En déduire les solutions de l'équation $D = 0$.

1.3 Exercice 3

La société ALO propose un abonnement téléphonique de 98F par mois et 1,30F par minute de communication.
La société LAO propose un abonnement téléphonique de 95F par mois et 1,45F par minute de communication.
On désigne par x le nombre de minutes de communication par mois.

1. Exprimer en fonction de x le montant d'une facture de ALO, puis le montant d'une facture de LAO.
2. Pour quelles durées de communication mensuelles a-t-on intérêt à choisir ALO ?

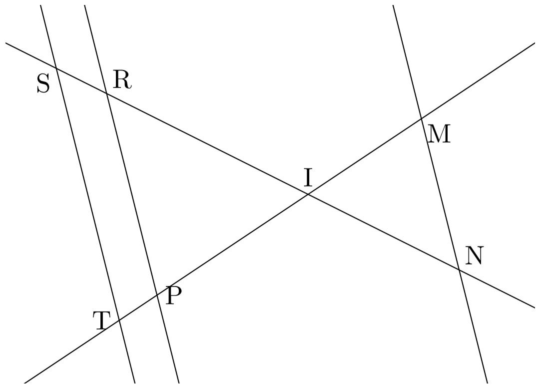
2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

Dans le plan rapporté au repère orthonormal $(O; I, J)$, placer les points $A(-7; 1)$ et $B(1; 7)$.

1. (a) Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{AB}$?
   Démontrer que AOB est un triangle rectangle isocèle.
   (b) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle AOB.
   Calculer les coordonnées de son centre S et son rayon.
2. On note f la fonction affine définie par $f(-7) = -1$ et $f(1) = 7$.
   (a) Déterminer f.
   (b) Quelle est la représentation graphique de la fonction f ?

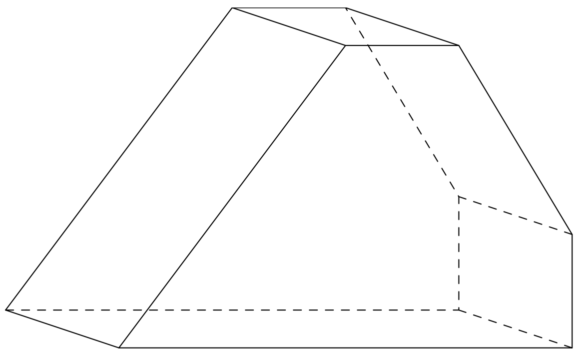
2.2 Exercice 2



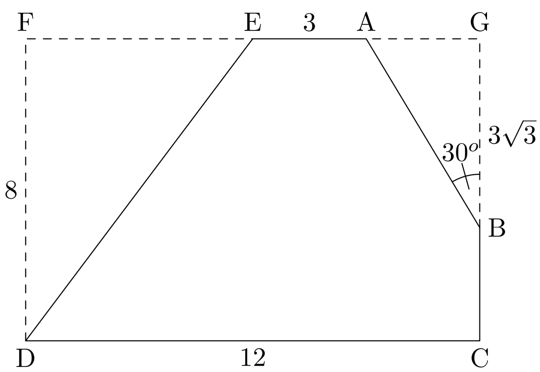
Sur la figure ci-contre, tracée à main levée, $IR = 8cm$; $RP = 10cm$; $IP = 4,8cm$; $IM = 4cm$;
$IS = 10cm$; $IN = 6cm$; $IT = 6cm$.
On ne demande pas de refaire la figure.

1. Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.
2. En déduire ST.
3. Les droites (MN) et (ST) sont-elles parallèles ? Justifier.

3 Problème



Lors d'un transport exceptionnel sur route, un objet est protégé dans une caisse dont la forme est un prisme droit représenté sur le schéma ci-contre.



Toutes les longueurs sont exprimées en mètres.
On considère une base du prisme, inscrite dans le rectangle $FGCD$:
$FG = 12$; $GC = 8$.
Sur le côté $[GC]$, on a placé le point B tel que $GB = 3\sqrt{3}$.
Sur le côté $[FG]$, on a placé :
– le point E tel que $EF = EG$;
– le point A tel que $\widehat{GBA} = 30°$.
On rappelle que $\sin 30 = \dfrac{1}{2}$ et $\cos 30 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Partie A

1. Exprimer $\cos 30^\circ$ dans le triangle AGB.
   En déduire que $AB = 6$.

2. Exprimer de même $\sin 30^{\circ}$ dans le triangle AGB.
   En déduire que $AG = 3$.
3. Calculer ED.
4. Vérifier que le pentagone $ABCDE$ a un périmètre égal à $39 - 3\sqrt{3}$.
5. Sachant que le prisme droit a une hauteur de 5 mètres, calculer son aire latérale.

Partie B

1. Calculer l'aire du rectangle $FGCD$.
2. Calculer les aires des triangles DFE et AGB.
3. En déduire la valeur exacte de l'aire du pentagone $ABCDE$.
4. Montrer que l'aire totale du prisme droit est égale à $339 - 24\sqrt{3}$. En donner une valeur arrondie au dixième de mètres carrés près.

Partie C

On souhaite recouvrir cette caisse de deux couches de peinture. Un pot de peinture permet de recouvrir une surface de $25m^2$ pour la première couche ; la seconde couche nécessite 35% de peinture de moins que la première couche.
Pour des raisons pratiques, on prendra pour valeur de l'aire totale, $298\,m^2$.
Calculer :

1. Le nombre de pots nécessaires pour la première couche (résultat arrondi à l'unité près).
2. Le nombre de pots nécessaires pour la seconde couche (résultat arrondi à l'unité près).
3. Le nombre de pots indispensables pour les deux couches (résultat arrondi à l'unité près).