Brevet Caen 2000

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

1. Effectuer les calculs suivants et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles :

$$A = \left(\frac{5}{7}\right)^2 - \frac{2}{7} \qquad B = \frac{12 \times 10^{-3}}{16 \times 10^{-4}} \qquad C = \frac{1}{9} + \frac{1}{12}.$$

2. En électricité, pour calculer des valeurs de résistances, on utilise la formule : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.
   Sachant que $R_1 = 9$ ohms et $R_2 = 12$ ohms, déterminer la valeur exacte de R.

1.2 Exercice 2

Ecrire le nombre $\sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers.

1.3 Exercice 3

1. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 630 \\ 18x + 30y = 14\,220 \end{cases}$$

2. Dans un parc zoologique, la visite coûte 30F pour les adultes et 18F pour les enfants. A la fin d'une journée, on sait que 630 personnes ont visité le zoo et que la recette du jour est 14 220F.
   Parmi les personnes qui ont visité le zoo ce jour-là, quel est le nombre d'enfants ? Quel est le nombre d'adultes ?

1.4 Exercice 4

1. Calculer le PGCD de 110 et 88.
2. Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur ; il a reçu la consigne suivante :
   « Découper dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte. »
   Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?
3. Combien obtiendra-t-il de carrés par plaque ?

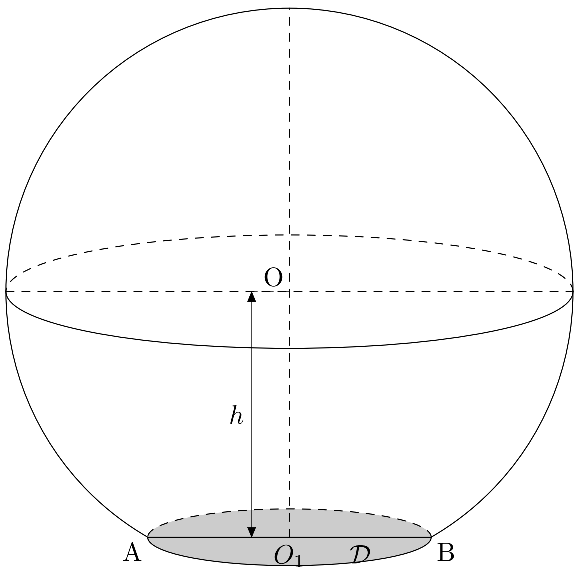
2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; I, J)$. *L'unité est le cm.*

1. Placer les points $A(-2; 5)$, $B(3; 1)$ et $C(-1; -4)$.
2. Calculer la longueur AC. En donner la valeur exacte.
   Sachant, de plus, que $AB = BC = \sqrt{41}$, déterminer la nature du triangle ABC.
3. Construire le point D pour que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.
   Par lecture graphique, déterminer les coordonnées de D.
   Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme particulier. Lequel ? Justifier.

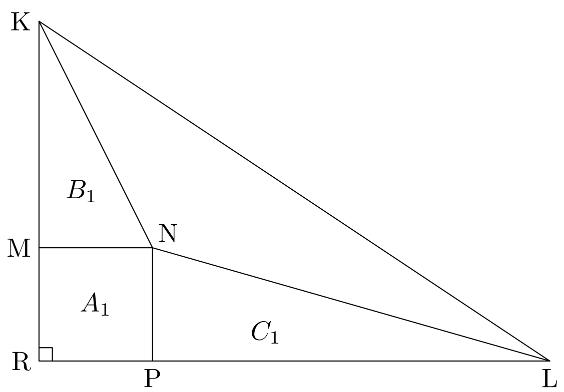
2.2 Exercice 2



Un menuisier doit tailler des boules en bois de $10cm$ de diamètre pour les disposer sur une rampe d'escalier. Il confectionne d'abord des cubes de $10cm$ d'arête dans lesquels il taille chaque boule.

1. Dans chaque cube, déterminer la volume (au cm^3 près) de bois perdu, une fois la boule taillée.
2. Il découpe ensuite la boule de centre O suivant un plan pour la coller sur son emplacement¿. La surface ainsi obtenue zst un disque $\mathcal{D}$ de centre O_1 et de diamètre $AB = 5\,cm$.
   Calculer à quelle distance du centre de la boule (h sur la figure) il doit réaliser cette découpe. Arrondir h au millimètre.
   Rappel : le volume d'une boule de rayon R est $\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

3 Problème



RKL est un triangle rectangle en R, avec $RK = 6cm$ et $RL = 9cm$. M est un point quelconque du côté $[RK]$. On pose $RM = x$ (x en centimètres).
P est le point du segment $[RL]$ tel que $RP = RM = x$.
On place alors le point N pour que $RMNP$ soit un carré.

1. Dans cette question, $x = 2$. On obtient la figure ci-dessus ; on remarque que le point N se trouve à l'intérieur du triangle RKL.
   (a) Calculer l'aire du triangle RKL.
   (b) Calculer l'aire A_1 du carré $RMNP$.
   Calculer l'aire B_1 du triangle KMN.

Calculer l'aire C_1 du triangle NPL.

Calculer $A_1 + B_1 + C_1$. Vérifier que l'aire du quadrilatère $RKNL$ est inférieure à l'aire du triangle RKL.

2. Dans cette question, $x = 5$.
   (a) Faire une figure précise.
   (b) Où se trouve maintenant le point N par rapport au triangle RKL ?
   (c) On appelle maintenantA_2 l'aire du carré $RMNP$, B_2 l'aire du triangle KMN et C_2 l'aire du triangle NPL.
   Calculer ces trois aires et vérifier que l'aire de $RKNL$ est supérieure à celle du triangle RKL.
3. On prend maintenant x quelconque.
   (a) Calculer l'aire A_3 du carré $RMNP$ en fonction de x.
   Calculer l'aire B_3 du triangle KMN en fonction de x.
   Calculer l'aire C_3 du triangle NPL en fonction de x.
   (b) Montrer que $A_3 + B_3 + C_3 = \dfrac{15x}{2}$.
   (c) On cherche s'il existe une valeur de x pour laquelle le point N se trouve sur le segment $[KL]$. Pour cela, résoudre l'équation obtenue en écrivant : $A_3 + B_3 + C_3 =$ aire du triangle RKL. Conclure.
4. (a) Dans un repère orthogonal $(O; I, J)$, représenter la fonction $x \longmapsto \dfrac{15x}{2}$ pour x compris entre 0 et 6. On prendra :
   – en abscisses : $5cm$ pour 3 unités ;
   – en ordonnées : $1cm$ pour 3 unités.
   (b) Résoudre graphiquement l'équation $\dfrac{15}{2}x = 27$.
   Commenter.