Brevet Limoges 1998

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

on donne l'expression $E = (3x-2)^2 - (3x-2)(2x-3)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = \dfrac{2}{3}$.
4. Résoudre l'équation $(3x-2)(x+1) = 0$.

1.2 Exercice 2

On considère deux nombres C et D :

$$C = 3\sqrt{12} + \sqrt{27} \qquad D = \left(2\sqrt{3} - 3\right)^2$$

Ecrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.
Ecrire D sous la forme $p + q\sqrt{3}$, où p et q sont des entiers.

1.3 Exercice 3

Le périmètre d'un rectangle de longueur x et de largeur y est $140\,mm$. En doublant la largeur initiale et en retranchant $7\,mm$ à la longueur initiale, on obtient un nouveau rectangle dont le périmètre est égal à $176\,mm$.
Quelles sont les dimensions x et y du rectangle initial ?

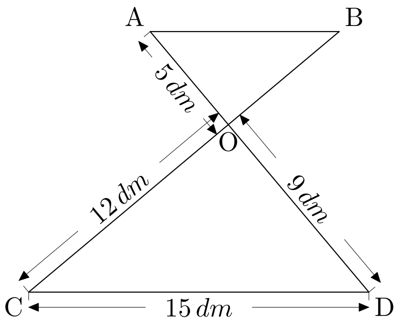
1.4 Exercice 4

Dans un collège, il y a 575 élèves. Une enquête a permis d'obtenir les renseignements suivants :
- 8% des élèves viennent au collège en voiture ;
- 92 élèves viennent à pied ;
- $\dfrac{1}{5}$ des élèves viennent à vélo ;
- les autres élèves viennent en autobus.

1. Combien d'élèves viennent en voiture ?
2. Calculer le pourcentage d'élèves qui viennent :
   (a) à vélo ;
   (b) à pied ;
   (c) en autobus.

2 Partie géométrique

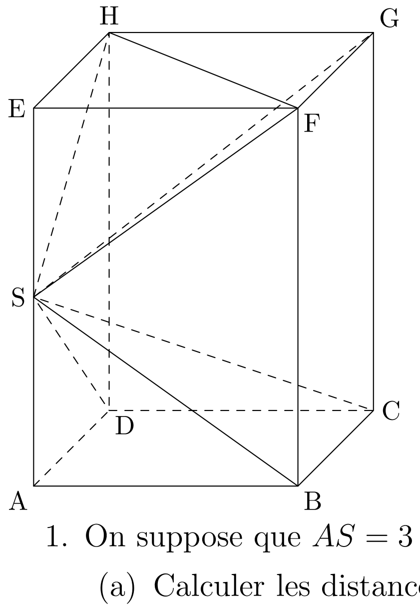
2.1 Exercice 1



Un fabricant d'enseignes lumineuses doit réaliser la lettre z (en tubes de verre soudés) pour la fixer sur le haut d'une vitrine. Voici le schéma donnant la forme et certaines dimensions de l'enseigne ; de plus les droites (AD) et (BC) se coupent en O.

1. Sachant que les droites (AB) et (CD) sont parallèles, calculer les longueurs AB et OB (donner les résultats sous forme fractionnaire).
2. Démontrer que le tube $[BC]$ est perpendiculaire à la droite (AD).
3. Calculer $\sin\widehat{OCD}$. En déduire la valeur arrondie de l'angle $\widehat{OCD}$ à un degré prés.

2.2 Exercice 2



L'unité de longueur est le cm. On ne demande pas de reproduire le dessin sur la copie.
On donne un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ tel que $AB = 4$, $BC = 3$, $AE = 6$.
Un point S choisi sur l'arête $[AE]$ permet de définir deux pyramides :
– $SABCD$ de sommet S, de hauteur SA, de volume $\mathcal{V}_1$
– $SEFGH$ de sommet S, de hauteur SE, de volume $\mathcal{V}_2$

1. On suppose que $AS = 3$
   (a) Calculer les distances FH, SH et SF (donner les valeurs exactes).
   (b) Démontrer que le triangle FHS est isocèle.

2. On suppose à présent que $AS = x$ ($0 \leqslant x \leqslant 6$).
    (a) Exprimer les volumes $\mathcal{V}_1$ et $\mathcal{V}_2$ en fonction de x.
    (b) Comment choisir x pour que $\mathcal{V}_2 \geqslant \mathcal{V}_1$?

3 Problème

Dans un repère orthonormal $(O,\ I,\ J)$ tel que $OI = OJ = 1\,cm$, on considère les points :
$A(5; -3)$, $B(11; 0)$, $C(2; 3)$

1. Faire une figure.
2. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).
3. Soit (Δ) la droite d'équation $y = -2x + 7$.
   Montrer que (Δ) est perpendiculaire à la droite (AB) et que (Δ) passe par les points A et C.
4. Calculer les valeurs exactes des distances AB et AC. En déduire la nature du triangle ABC.
5. Soit K le projeté orthogonal du point C sur l'axe des abscisses.
   Prouver que les points A, B, C, K sont sur un même cercle.
   Calculer les coordonnées du point E, centre du cercle. Calculer le rayon du cercle.
6. (a) Construire le point D, image du point C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
    (b) Calculer les coordonnées du point D.
    (c) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier la réponse.