Brevet Clermont 1998

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

Ecrire sous la forme d'une fraction, la plus simple possible, chacun des nombres suivants :

$$A = 1 - \frac{5}{4} \times \frac{2}{15} \qquad B = 6 - 4\left(\frac{1}{4} - 1\right)^2$$

1.2 Exercice 2

Calculer le nombre suivant et donner le résultat sous la forme $a \times 10^n$, a et n étant des nombres entiers relatifs :

$$C = \frac{7 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^5}{2 \times 10^{-4}}$$

Donner ensuite l'écriture décimale de C.

1.3 Exercice 3

On considère l'expression $D = (2x+3)^2 - (x-4)^2$.

1. Développer et réduire D.
2. Ecrire D sous la forme d'un produit de deux facteurs.
3. Calculer D pour $x = \sqrt{3}$. (On donnera la valeur exacte du résultat sous la forme $a + b\sqrt{3}$, avec a et b entiers.)

1.4 Exercice 4

1. Résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} 3x + 2y = 27 \\ 2x + 3y = 25,5 \end{cases}$$
2. Pierre vient de commander 3 pains au chocolat et 2 croissants à la boulangerie. Pour cet achat, il a payé 27 francs. Soudain il se ravise et dit au boulanger :

– Excusez-moi, je me suis trompé, c'était le contraire. Pouvez-vous me donner un pain au chocolat de moins et un croissant de plus ?
– Bien sûr, répond le boulanger.
Il fait l'échange et rend 1,50 franc à Pierre.

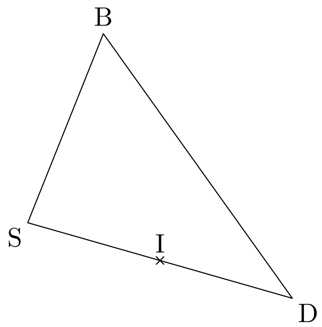
Trouver, en justifiant la réponse, le prix d'un pain au chocolat et celui d'un croissant.

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

Reproduire la figure ci-après sur laquelle on a mis en place un triangle BDS ainsi que le milieu I du segment $[SD]$. Les constructions demandées dans cet exercice seront faites sur cette figure.

1. (a) Construire le point H, symétrique du point B par rapport à I.
   (b) Démontrer que $\overrightarrow{HD} = \overrightarrow{SB}$.
2. Construire le point R, image du point D dans la translation de vecteur $\overrightarrow{SB}$.
3. Démontrer que le point D est le milieu du segment $[HR]$.



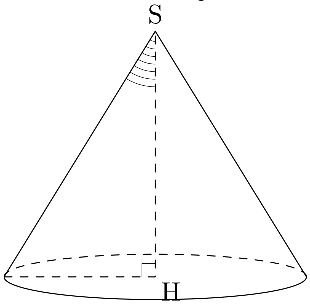
2.2 Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.

1. Tracer un segment $[EF]$ tel que $EF = 10$, puis un demi-cercle de diamètre $[EF]$. Sur ce demi-cercle, placer le point G tel que $EG = 9$. Sur le segment $[EF]$, placer le point M tel que $EM = 8$. Par M, tracer la droite (d) perpendiculaire à la droite (EG), les droites (d) et (EG) se coupent en P.
2. Démontrer que les droites (FG) et (EG) sont perpendiculaires.
3. Démontrer que les droites (FG) et (MP) sont parallèles.
4. Calculer la longueur EP

2.3 Exercice 3

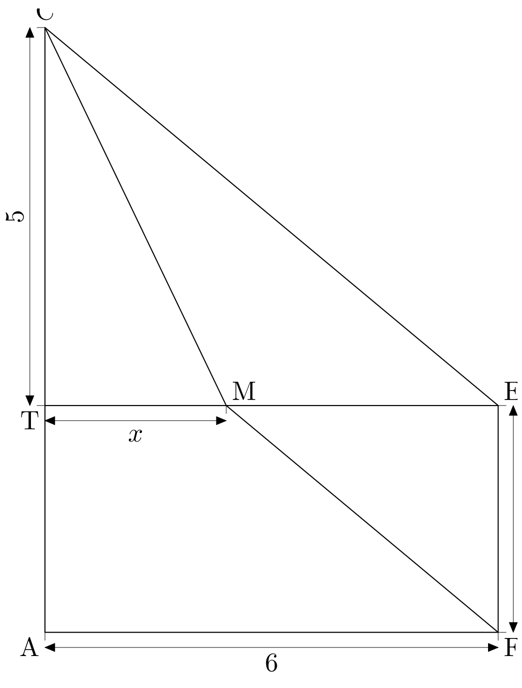
L'unité de longueur est le centimètre.



La figure ci-contre représente un cône de révolution de sommet S et de hauteur $[SH]$. On sait que la longueur de la génératrice de ce cône est $SA = 6$ et que l'angle $\widehat{HSA}$ a pour mesure 60°.

1. On rappelle que $\sin 60 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60 = \dfrac{1}{2}$ et $\tan 60 = \sqrt{3}$.
   Calculer les valeurs exactes de la hauteur HS de ce cône et du rayon HA de son disque de base.
2. (a) Calculer le volume du cône sous la forme $k \times \pi$, k étant un nombre entier.
   (b) Donner ensuite la valeur de ce volume arrondie au cm^3.

3 Problème



L'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire est le cm^2.
Sur la figure ci-dessous, $AFET$ est un rectangle et ETC un triangle rectangle en T.
On donne les longueurs $TC = 5$; $ET = 6$ et $EF = 3$.
Le point M peut se déplacer sur le segment $[TE]$, et la longueur TM est désignée par x.

Première partie Dans cette partie, on choisit $x = 2$.

1. Calculer la valeur exacte de la longueur CM, puis sa valeur arrondie au dixième.
2. Calculer la valeur exacte de la tangente de l'angle $\widehat{TCM}$ et en déduire la mesure de l'angle $\widehat{TOM}$ arrondie au degré.
3. Calculer l'aire $\mathcal{A}_1$ du triangle TCM et l'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle MEF.

Deuxième partie Dans cette partie, le point M peut se déplacer librement sur le segment $[TE]$.

1. Quelles sont les valeurs possibles de x ?
2. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathcal{A}_1$ du triangle TCM.
3. (a) Exprimer la longueur ME en fonction de x.
   (b) Exprimer en fonction de x l'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle MEF et l'écrire sous la forme $ax + b$, a et b étant deux nombres que l'on déterminera.
4. Pour quelles valeurs de x l'aire $\mathcal{A}_2$ est-elle strictement supérieure à l'aire $\mathcal{A}_1$?

Troisième partie

1. (a) Tracer la droite (d_1) d'équation $y = \frac{5}{2}x$.
   (b) Tracer la droite (d_2) d'équation $y = -\frac{3}{2}x + 9$.
2. (a) Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection S des droites (d_1) et (d_2).
   (b) En déduire, sans nouveau calcul, pour quelle valeur de x les triangles TCM et MEF de la deuxième partie ont la même aire. Quelle est alors la valeur commune de cette aire ?
3. Utiliser le graphique pour déterminer avec la meilleure précision possible les valeurs de x pour lesquelles l'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle MEF est supérieure ou égale à 3 (faire apparaître les tracés ayant permis de répondre).