Brevet Aix 1998

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

Calculer

$$A = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} \qquad \text{et} \qquad B = \sqrt{200} - 4\sqrt{3} \times \sqrt{6}$$

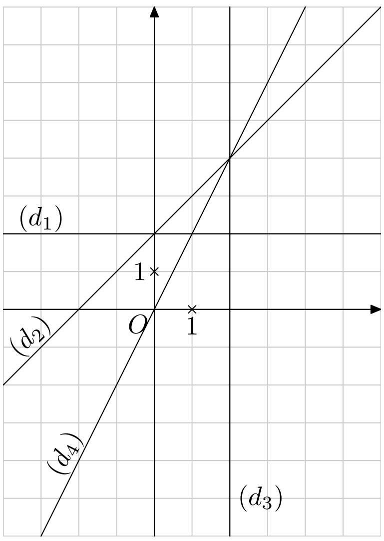
(B doit être écrit sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible).

1.2 Exercice 2

Résoudre le système d'équations

$$\begin{cases} 2x + y = 90 \\ 30x + 40y = 2\,000 \end{cases}$$

1.3 Exercice 3



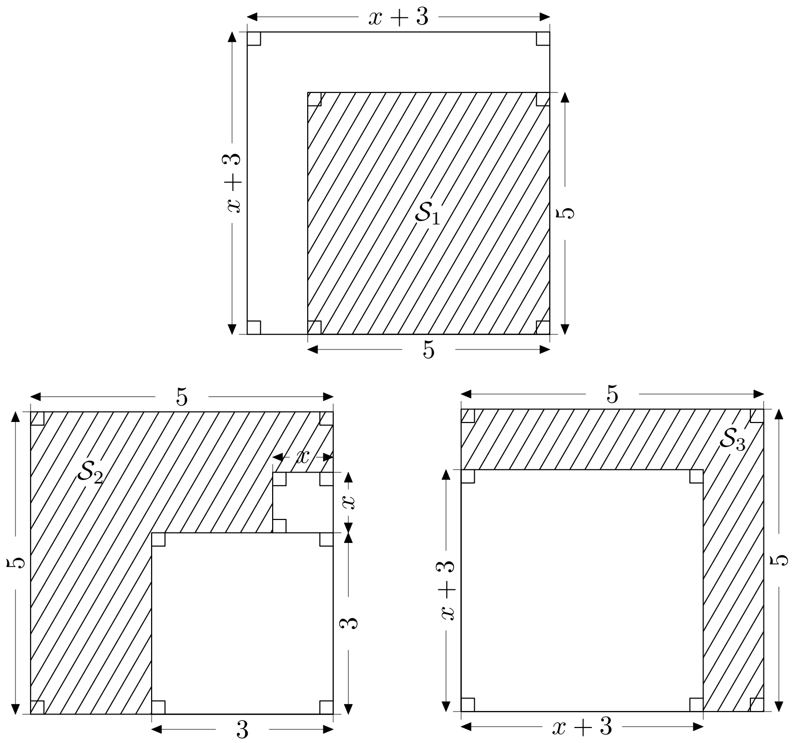
On donne

$$f(x) = x + 2; \qquad g(x) = 2; \qquad h(x) = 2x$$

1. Parmi les quatre droites tracées ci-dessous, trois d'entre elles représentent les fonctions f, g et h. Laquelle représente f ? Laquelle représente g ? Laquelle représente h ?
2. Parmi ces fonctions, l'une est linéaire, laquelle ? Lesquelles sont affines ?

1.4 Exercice 4

1. Laquelle de ces surfaces hachurées a pour aire $25 - (x+3)^2$?

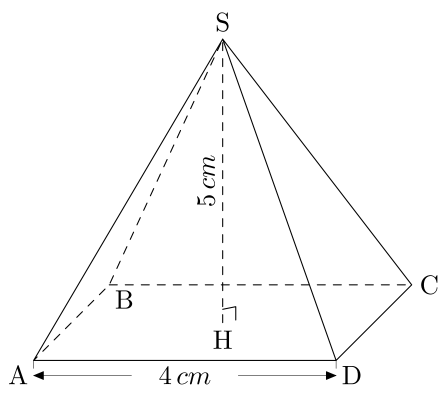


On pose $E = 25 - (x+3)^2$.

2. Développer et réduire E.
3. Factoriser E.
4. Calculer E pour $x = \sqrt{2}$, puis en donner la troncature à 0,01 près.
5. Résoudre l'équation $(2-x)(x+8) = 0$.
   Expliquer, en utilisant la question 1, pourquoi l'une des solutions de l'équation était prévisible.

2 Partie géométrique

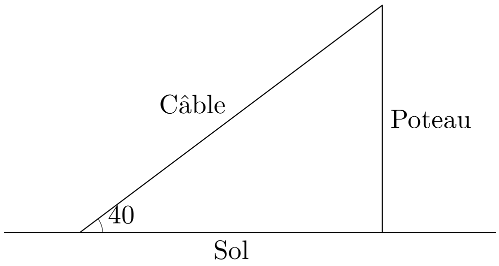
2.1 Exercice 1



Une pyramide régulière est représentée ici en perspective :

1. Sur le solide $SABCD$, nommer les arêtes de même longueur que $[SA]$.
   Quelle est la nature de la face ABCD ? Expliquer.
2. Calculer le volume de la pyramide $SABCD$.

2.2 Exercice 2



Un câble de $20\,m$ de long est tendu entre le sommet d'un poteau vertical et le sol horizontal. Il forme un angle de $40°$ avec le sol (voir schéma).

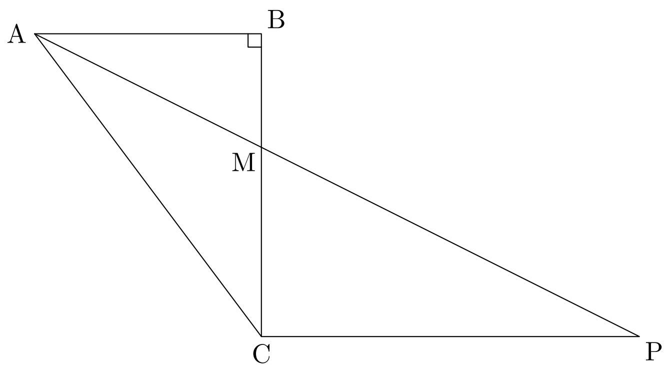
1. Calculer la hauteur du poteau.
2. Représenter la situation par une figure à l'échelle $\dfrac{1}{200}$ (les données de la situation doivent être placées sur la figure).

2.3 Exercice 3

(O, I, J) est un repère orthonormal du plan tel que $OI = 1\,cm$ et $OJ = 1\,cm$.

1. Tracer le repère et ses axes ainsi que les points $A(3;12)$; $B(11;-6)$; $P(7;3)$.
   Démontrer que A et B sont symétriques par rapport à P.
2. Tracer la droite (d) d'équation $y = \dfrac{4}{9}x$.
   Démontrer que le point P n'est pas sur la droite (d).
3. Calculer le coefficient directeur de la droite (AB).
   Les droites (d) et (AB) sont-elles perpendiculaires ? Justifier.
4. Les points A et B sont-ils symétriques par rapport à la droite (d) ? Justifier.

3 Problème



Prélude

1. D'après la figure ci-contre, tracer $ABCP$ en respectant les données suivantes :

   $AB = 6\,cm$; $BC = 8\,cm$; $BM = 3\,cm$ et $(CP)//(AB$

2. Mesurer les angles $\widehat{BAM}$ et $\widehat{MAC}$.
   Pourquoi ces mesures ne permettent-elles pas d'affirmer que la droite (AM) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$?

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Première Partie

1. (a) Calculer la longueur AC.
   (b) Calculer $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BAM}$ le plus précisément possible.
   Expliquer pourquoi les valeurs obtenues ne permettent pas d'affirmer que la droite (AM) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$.
2. Calculer la longueur CP.

3. Quelle est la nature du triangle ACP ? Que peut-on en déduire pour les angles $\widehat{MAC}$ et $\widehat{CPM}$?
4. Démontrer alors que $\widehat{MAC} = \widehat{BAM}$ et donc que la droite (AM) est bien la bissectrice de $\widehat{BAC}$.

Deuxième Partie

1. La droite (AM) est, d'après la première partie, la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$. Sur la figure tracée à la première question du prélude :
   - tracer la bissectrice, (d), de l'angle $\widehat{ABM}$;
   - nommer O le point d'intersection de la droite (d) et de la droite (AM) ;
   - tracer la hauteur issue de O du triangle AOB et la hauteur issue de O du triangle BOM (ces hauteurs sont des rayons du cercle inscrit dans le triangle BAC) ;
   - tracer ce cercle.
2. (a) Calculer l'aire du triangle ABM.

   (b) Exprimer l'aire du triangle AOB et l'aire du triangle BOM en fonction du rayon r du cercle inscrit dans le triangle BAC.

   (c) Trouver une relation entre ces trois aires.
   En déduire le rayon r.