Brevet Centres étrangers 1997

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

Factoriser A et B, développer et réduire C :

$$A = (x-1)^2 - (8-x)(x-1) \qquad B = x^2 - 26x + 169 \qquad C = (4x+1)^2 - (5x-2)(3x-1)$$

1.2 Exercice 2

Résoudre les équations ou inéquations :

$x(2x-7) = 0$ $\qquad$ $4x^2 = 100$ $\qquad$ $\dfrac{5x+1}{6} > \dfrac{3x-3}{8}$

1.3 Exercice 3

Calculer les nombres suivants (on demande des valeurs exactes les plus simples possibles et non des valeurs approchées) :

$$E = \sqrt{16} + \sqrt{9} - \sqrt{2}5$$

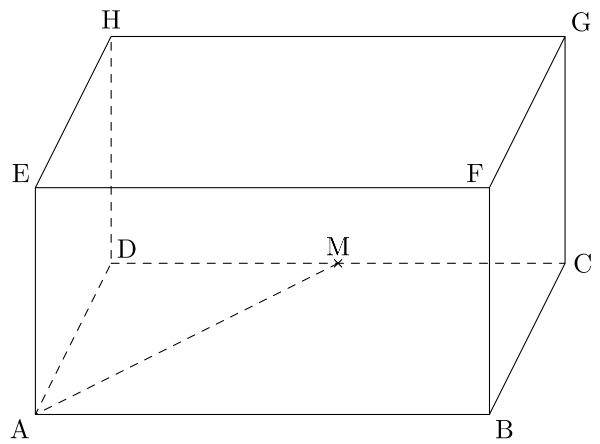
$$F = 4\sqrt{2} \times \sqrt{900} \text{ (en fonction de } \sqrt{5}) \quad G = \left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right)^2 \text{ (en fonction de } \sqrt{2})$$

1.4 Exercice 4

Le périmètre d'un rectangle est égal à $36\,cm$. Si on triple sa longueur et que l'on double sa largeur, son périmètre augmente de $56\,cm$. Déterminer la longueur et la largeur du rectangle.

2 Partie géométrique

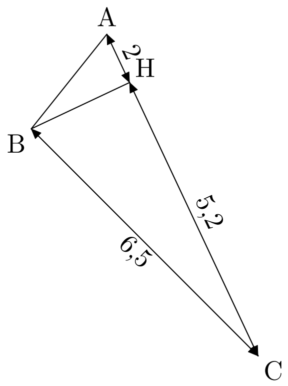
2.1 Exercice 1



L'unité est le centimètre.
$ABCDEFGH$ est un pavé droit dont les dimensions sont $AB = 8$; $BC = 6$; $EA = 5$. Le point M est le milieu de $[DC]$.

1. Dessiner dans le plan en vraie grandeur le quadrilatère $ABCM$.
   Démontrer que le quadrilatère $ABCM$ est un trapèze rectangle. Calculer son aire en précisant l'unité.
2. On considère la pyramide $EABCM$ de sommet E. Quelle est sa hauteur ? (On ne demande pas de justifier la réponse.)
   Calculer le volume de cette pyramide en précisant l'unité.

2.2 Exercice 2



On donne le croquis ci-contre qu'on ne demande pas de reproduire. L'unité est le centimètre.
Le triangle BHC est rectangle en H. $AH = 2$, $HC = 5,2$, $BC = 6,5$. Les dimensions ne sont pas respectées sur le croquis.

1. Calculer BH.
2. Calculer $\sin \widehat{HBC}$. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{HBC}$ (on donnera la valeur arrondie au degré près).
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABH}$ (on donnera la valeur arrondie au degré près).

2.3 Exercice 3

L'unité est le centimètre.
On donne un triangle ABD tel que $AB = 5$, $AD = 6$ et $BD = 7$.

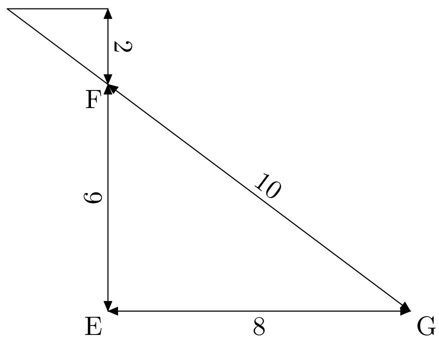
1. Construire le point E image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$.

2. Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$.
3. Montrer que D est le milieu de $[EF]$.

3 Problème

L'unité de longueur est le centimètre.
EFG est un triangle tel que $EF = 6$, $EG = 8$, $FG = 10$.

1. Dans cette première partie, M est le point de la demi-droite $[EF)$ tel que M n'appartient pas au segment $[EF]$ et $FM = 2$. La parallèle à la droite (EG) passant par M coupe la droite (GF) en L selon la figure suivante sur laquelle les dimensions ne sont pas respectées.



   (a) Calculer FL et ML. (On donnera chacun des deux résultats sous forme d'une fraction irréductible.)
   (b) Calculer le périmètre $\mathcal{P}_1$ du triangle EFG et le périmètre $\mathcal{P}_2$ du triangle FML. Démontrer que $\mathcal{P}_2 = \frac{1}{3}\mathcal{P}_1$ et expliquer ce résultat.
   (c) Démontrer que les triangles EFG et FML sont rectangles.
   (d) Calculer l'aire $\mathcal{A}_1$ du triangle EFG et l'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle FML en précisant l'unité. Démontrer que $\mathcal{A}_2 = \frac{1}{9}\mathcal{A}_1$ et expliquer ce résultat.
2. Dans cette deuxième partie, le point M est toujours sur la demi-droite $[EF)$ et M n'appartient pas au segment $[EF]$. On pose $FM = x$. La parallèle à la droite (EG) passant par M coupe la droite (GF) en L.
   (a) Calculer ML et FL en fonction de x.
   (b) Démontrer que le périmètre $\mathcal{P}_2$ du triangle FML, exprimé en fonction de x, est égal à $4x$.
   (c) Pour quelle valeur de x a-t-on $\mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_2$?
3. Soit (O, I, J) un repère orthogonal tel que $OI = 2$ et $OJ = 0,5$.
   (a) Représenter graphiquement les fonctions affines définies par $f(x) = 4x$ et $g(x) = 24$.
   (b) Comment ce graphique permet-il de retrouver les résultats de la question 2.c. ?