Brevet Aix 1997

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

Calculer et donner la valeur exacte la plus simple possible des nombres suivants :

$$A = 36 - 6 \times 4 \qquad B = 4\sqrt{75} - 5\sqrt{3}$$

$$C = \frac{10+5}{10-5} \qquad D = \left(2\sqrt{3} - 5\right)\left(2\sqrt{3} + 5\right)$$

$$E = \sqrt{100 - 64} \qquad F = \left(4 - \frac{2}{3}\right)\left(2 - \frac{4}{3}\right)$$

1.2 Exercice 2

On considère l'expression $E = (3x - 5)^2 - (3x - 5)(x + 2)$.

1. Développer et réduire E.
2. Calculer E pour $x = \sqrt{2}$.
3. Factoriser E.
4. Résoudre l'équation $(3x - 5)(2x - 7) = 0$.

1.3 Exercice 3

Au théâtre le prix normal d'un billet d'entrée est de 120 francs.

1. Certains spectateurs peuvent bénéficier d'une réduction de 20%. Combien paient-ils leur entrée ?
2. Un groupe de 25 personnes va au théâtre, certaines parmi elles paient 120 francs et d'autres 96 francs. Sachant que pour les 25 entrées le groupe a payé 2 784 francs, trouver le nombre de billets à 120 francs et le nombre de billets à 96 francs vendus à ce groupe.

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (unité : $1\,cm$).
On donne la droite (d) d'équation $y = 2x - 1$; le point A de coordonnées $(2; 3)$ et le point B de coordonnées $(0; 5)$.

1. Placer les points A et B.
2. Montrer que le point A est sur la droite (d).
3. Construire la droite (d).
4. Calculer :
   - les coordonnées du milieu I de $[AB]$;
   - la distance AB ;
   - les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
5. (Δ) est une droite perpendiculaire à (d). Quel est son coefficient directeur ?
6. (Δ) est la droite perpendiculaire à (d) qui passe par le point B. Tracer la droite (Δ) et, sans calcul, donner une équation de (Δ).

2.2 Exercice 2

On considère le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 5$, $BC = 9$, l'unité étant le cm.

1. Construire le triangle ABC en vraie grandeur.
2. Calculer la valeur exacte de AC.
3. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ à un degré près par défaut.
4. Le cercle de centre B et de rayon AB coupe le segment $[BC]$ en M. La parallèle à la droite (AC) qui passe par M coupe le segment $[AB]$ en N.
   Compléter la figure.
   Calculer la valeur exacte de BN.

3 Problème

Dans tout le problème, l'unité est le mètre.

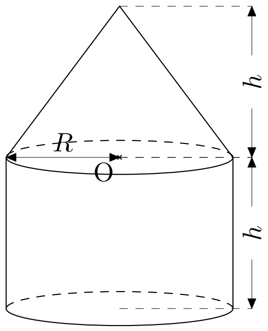

Figure 1

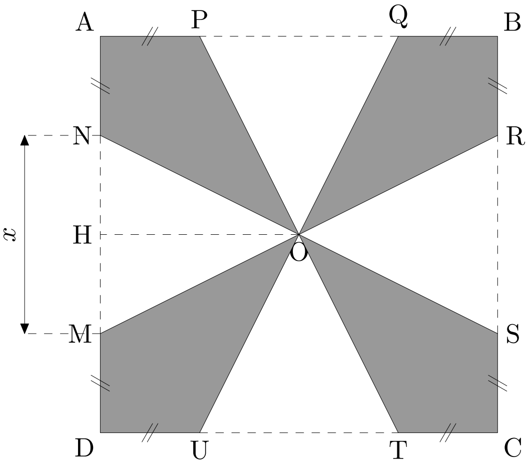

Figure 2

1. Un moulin à vent est constitué d'un cylindre surmonté d'un cône de révolution (figure 1).
   Le cylindre et le cône ont la même hauteur h et une base commune de centre O et de rayon R.
   (a) Exprimer le volume du cylindre et du cône en fonction de R et h.
   (b) En déduire que le volume du moulin est égal à $\dfrac{4\pi R^2 h}{3}$.
   (c) On donne $R = 5$ et $h = 3$.
   Calculer la vlauer arrondie à $1\,m^3$ près de ce volume.
2. Les ailes du moulin sont repréentées par la région grisée (figure 2). $ABCD$ est un carré de centre O et de 12 mètres de côté. Les triangles OMN, OPQ, ORS et OUT sont isocèles en O. On pose $MN = x$.
   (a) Exprimer en fonction de x l'aire du triangle OMN. En déduire que l'aire des ailes du moulin est égale à $144 - 2x$.
   (b) Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire des ailes est égale à $36\,m^2$.
   (c) On suppose que $x = 9$.
   – Calculer OM.
   – Montrer que le périmètre des ailes du moulin est égal à $72\,m$.
3. Dans cette question, on suppose que $x = 9$.
   On a réalisé une maquette de ce moulin au 1/20. Calculer :
   (a) Le périmètre des ailes de la maquette.
   (b) L'aire des ailes de la maquette.
   (c) Le volume de la maquettedu moulin, on utilisera le résultat du 1.c. et on donnera la réponse en m^3 arrondie au millième.