Décompositions en éléments simples

Jean-Michel Sarlat
26 mars 2003

*Ce document a été généré par la **fabrique de Syracuse** à partir d'un fichier texte contenant des spécifications de contenu et des commandes d'interfaçage avec **Maxima**. Le traitement de ce fichier a donné lieu, dans le même temps que ce document, à la création d'une page* html.
URL : http ://melusine.eu.org/syracuse/maxima/

1 Énoncé

Décomposer les fractions suivantes en éléments simples dans $\mathbf{R}(X)$.

1/ $\dfrac{X^2+1}{(X-1)(X-2)(X-3)}$

2/ $\dfrac{X-2}{X^2(X-1)}$

3/ $\dfrac{2}{X(X-1)^2}$

4/ $\dfrac{X^5+X^2-X+1}{(X-1)^3}$

5/ $\dfrac{3X-1}{X^2(X-1)^2}$

6/ $\dfrac{1}{X^3+1}$

7/ $\dfrac{X-2}{X^4-1}$

8/ $\dfrac{X^3+2}{X^3(X^4-1)}$

9/ $\dfrac{1}{X^4+X^2+1}$

10/ $\dfrac{4X^3}{(X^4-1)^2}$

11/ $\dfrac{X^2+2X+5}{X^2-3X+2}$

12/ $\dfrac{X(X^6-1)}{(X^2-1)^3}$

13/ $\dfrac{16}{(X-1)^3(X+1)^3}$

14/ $\dfrac{1}{(X^3+3X^2+2X)^4}$

15/ $\dfrac{X^8+X+1}{X^4(X-1)^3}$

16/ $\dfrac{X^7+1}{(X^2+X+1)^3}$

17/ $\dfrac{X^8+1}{(X-1)^2(X^3-8)}$

18/ $\dfrac{X^2+X+1}{X^3(X^2+1)^2}$

19/ $\dfrac{X^2}{X^4-2X^2\cos\alpha+1}$

2 Calculs

```
(C2) partfrac((X^2+1)/((X-1)*(X-2)*(X-3)),X);
```

(D2)
$$\frac{1}{X-1}-\frac{5}{X-2}+\frac{5}{X-3}$$

```
(C3) partfrac((X-2)/(X^2*(X-1)),X);
```

(D3)
$$\frac{1}{X}+\frac{2}{X^2}-\frac{1}{X-1}$$

```
(C4) partfrac(2/(X*(X-1)^2),X);
```

(D4)
$$\frac{2}{X}-\frac{2}{X-1}+\frac{2}{\left(X-1\right)^2}$$

```
(C5) partfrac((X^5+X^2-X+1)/(X-1)^3,X);
```

(D5)
$$X^2+3\,X+\frac{11}{X-1}+\frac{6}{\left(X-1\right)^2}+\frac{2}{\left(X-1\right)^3}+6$$

```
(C6) partfrac(1/(X^3+1),X);
```

(D6)
$$\frac{1}{3\,\left(X+1\right)}-\frac{X-2}{3\,\left(X^2-X+1\right)}$$

```
(C7) partfrac((X-2)/(X^4-1),X);
```

(D7)
$$-\frac{X-2}{2\,\left(X^2+1\right)}+\frac{3}{4\,\left(X+1\right)}-\frac{1}{4\,\left(X-1\right)}$$

```
(C8) partfrac((X^3+2)/(X^3*(X^4-1)),X);
```

(D8)
$$-\frac{2\,X+1}{2\,\left(X^2+1\right)}+\frac{1}{4\,\left(X+1\right)}-\frac{2}{X^3}+\frac{3}{4\,\left(X-1\right)}$$

```
(C9) partfrac(1/(X^4+X^2+1),X);
```

(D9)
$$\frac{X+1}{2\,\left(X^2+X+1\right)}-\frac{X-1}{2\,\left(X^2-X+1\right)}$$

```
(C10) partfrac(4*X^3/(X^4-1)^2,X);
```

(D10)
$$-\frac{X}{\left(X^2+1\right)^2}-\frac{1}{4\,\left(X+1\right)^2}+\frac{1}{4\,\left(X-1\right)^2}$$

```
(C11) partfrac((X^2+2*X+5)/(X^2-3*X+2),X);
```

(D11)
$$-\frac{8}{X-1}+\frac{13}{X-2}+1$$

```
(C12) partfrac(X*(X^6-1)/(X^2-1)^3,X);
```

(D12)
$$\frac{3}{2\,(X+1)}-\frac{3}{4\,(X+1)^2}+X+\frac{3}{2\,(X-1)}+\frac{3}{4\,(X-1)^2}$$

```
(C13) partfrac(16/((X-1)^3*(X+1)^3),X);
```

(D13)
$$-\frac{3}{X+1}-\frac{3}{(X+1)^2}-\frac{2}{(X+1)^3}+\frac{3}{X-1}-\frac{3}{(X-1)^2}+\frac{2}{(X-1)^3}$$

```
(C14) partfrac(1/(X^3+3*X^2+2*X)^4,X);
```

(D14)
$$\frac{105}{32\,(X+2)}+\frac{41}{32\,(X+2)^2}+\frac{3}{8\,(X+2)^3}+\frac{1}{16\,(X+2)^4}+\frac{4}{(X+1)^2}+\frac{1}{(X+1)^4}-\frac{105}{32\,X}+\frac{41}{32\,X^2}-\frac{3}{8\,X^3}+\frac{1}{16\,X^4}$$

```
(C15) partfrac((X^8+X+1)/(X^4*(X-1)^3),X);
```

(D15)
$$X-\frac{16}{X}-\frac{9}{X^2}-\frac{4}{X^3}-\frac{1}{X^4}+\frac{22}{X-1}-\frac{3}{(X-1)^2}+\frac{3}{(X-1)^3}+3$$

```
(C16) partfrac((X^7+1)/(X^2+X+1)^3,X);
```

(D16)
$$\frac{3\,X+5}{X^2+X+1}+\frac{-4\,X-2}{(X^2+X+1)^2}+\frac{X+1}{(X^2+X+1)^3}+X-3$$

```
(C17) partfrac((X^8+1)/((X-1)^2*(X^3-8)),X);
```

(D17)
$$\frac{499\,X-5636}{588\,(X^2+2\,X+4)}+X^3+2\,X^2+3\,X-\frac{62}{49\,(X-1)}-\frac{2}{7\,(X-1)^2}+\frac{257}{12\,(X-2)}+12$$

```
(C18) partfrac((X^2+X+1)/(X^3*(X^2+1)^2),X);
```

(D18)
$$\frac{X-1}{X^2+1}-\frac{1}{(X^2+1)^2}-\frac{1}{X}+\frac{1}{X^2}+\frac{1}{X^3}$$

```
(C19) partfrac(X^2/(X^4 -2*X^2*cos(alpha)+1),X);
```

(D19)
$$\frac{X^2}{X^4-2\,\cos\alpha\,X^2+1}$$

```
(C20) partfrac(X^2/(X^4 -2*X^2*(2*(cos(alpha/2))^2-1)+1),X);
```

(D20)
$$\frac{X}{4\,\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\,\left(X^2-2\,\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\,X+1\right)}-\frac{X}{4\,\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\,\left(X^2+2\,\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\,X+1\right)}$$