pmaxima

```
Maxima 5.30.0 http://maxima.sourceforge.net
using Lisp GNU Common Lisp (GCL) GCL 2.6.7 (a.k.a. GCL)
Distributed under the GNU Public License. See the file COPYING.
Dedicated to the memory of William Schelter.
```

Cœur curieux

Soit ABC un triangle du plan dont les longueurs des côtés sont égales à a, b, c selon la convention habituelle.

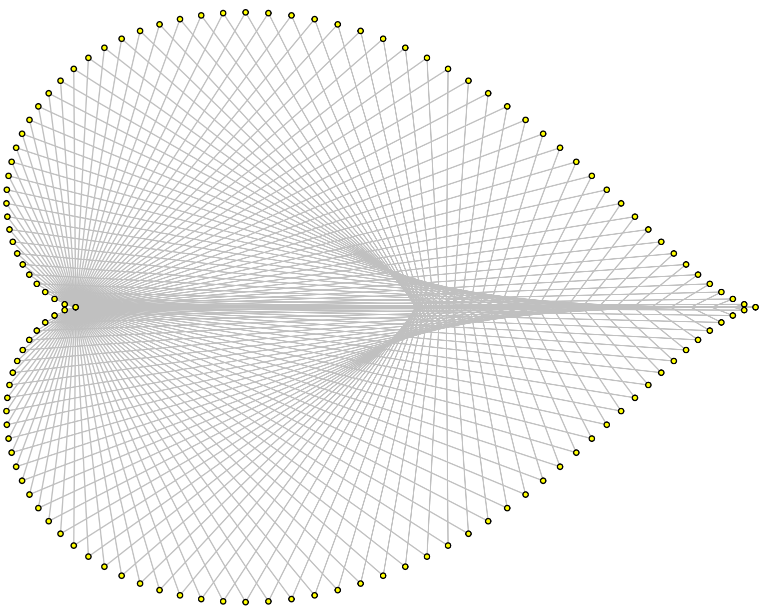
On suppose que B est fixe (origine du repère) et que C se déplace sur une droite fixe (axe des abscisses), la longueur $a = BC$ étant égale à $c^2 + b^2$, la somme $b + c$ étant constante et égale à 1. Le triangle ABC est tel que la condition $b^2 + c^2 = a(b + c)$ soit réalisée.

Quel est le lieu du point A ?

```
▷ load(gdd)$

▷ tc(x) := block(
      B:Origine,
      C:Point(x^2+(1-x)^2,0),
      [A1,A2]:Intersection(Cercle(B,1-x),Cercle(C,x)),
      [A1,A2,Triangle(A1,B,C),Triangle(A2,B,C)]
  );
▷ L1:flatten(makelist(tc(i/60),i,0,60,1))$

▷ Figure('L1);
```



Le point A est situé sur l'axe radical des deux cercles de centres B et C et de rayons respectifs c

et b. Son abscisse vérifie

$$x = \frac{c^2 - b^2 + a^2}{2a} = \frac{(1-t)^2 - t^2 + ((1-t)^2 + t^2)^2}{2((1-t)^2 + t^2)}.$$

```
▷ X(t) := ((1-t)^2-t^2+((1-t)^2+t^2)^2)/2/((1-t)^2+t^2);
```

```
▷ factor(X(t));
```

$$\frac{(t-1)\left(2\,t^3 - 2\,t^2 + 2\,t - 1\right)}{2\,t^2 - 2\,t + 1}$$

L'ordonnée de A se calcule à partir des triangles rectangles s'appuyants sur l'axe radical.

```
▷ factor((1-t)^2-X(t)^2);
```

$$-\frac{4\,(t-1)^3\,t^3\,\left(t^2 - t + 1\right)}{\left(2\,t^2 - 2\,t + 1\right)^2}$$

Donc

$$y = \pm\sqrt{c^2 - x^2} = \pm\frac{2t(1-t)\sqrt{t(1-t)(t^2-t+1)}}{2t^2 - 2t + 1}.$$

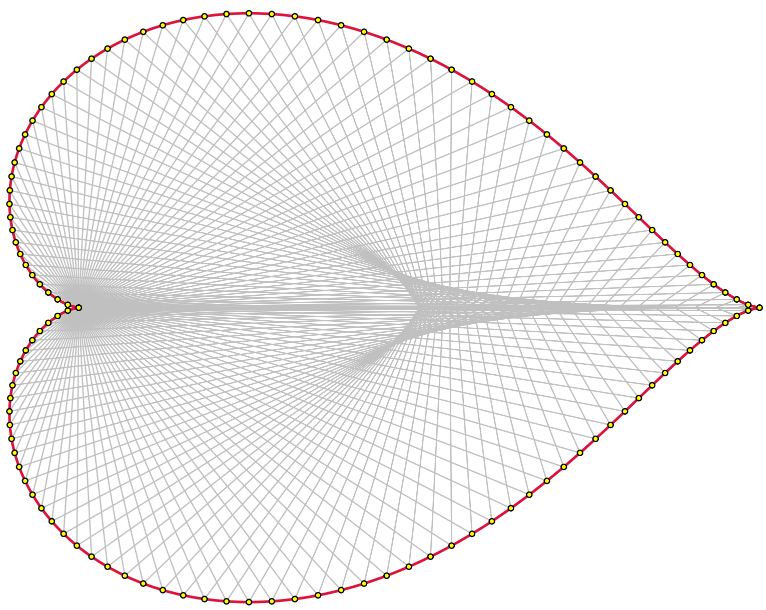
```
▷ Y(t):=2*t*(1-t)*sqrt(t*(1-t)*(t^2-t+1))/(2*t^2-2*t+1);
```

Ce qui permet de complèter la figure.

```
▷ C1:ev(Courbe([X(t), Y(t)],t,0,1), NUMPOINTS:50)$
```

```
▷ C2:ev(Courbe([X(t),-Y(t)],t,0,1), NUMPOINTS:50)$
```

```
▷ Figure('C1,'C2);
```



Autres paramétrages :

- En faisant $t \leftarrow u + \frac{1}{2}$, u variant entre $-\frac{1}{2}$ et $+\frac{1}{2}$.

  ```
  ▷ ratsimp(X(u+1/2));
  ```

  $$\frac{16\,u^4 + 8\,u^2 - 8\,u + 1}{16\,u^2 + 4}$$

▷ `ratsimp(Y(u+1/2));`

$$-\frac{\sqrt{1-4u^2}\,\left(4u^2-1\right)\,\sqrt{4u^2+3}}{16u^2+4}$$

– En faisant $t \leftarrow \dfrac{u+1}{2}$, u variant entre -1 et 1.

▷ `ratsimp(X((u+1)/2));`

$$\frac{u^4+2u^2-4u+1}{4u^2+4}$$

▷ `ratsimp(Y((u+1)/2));`

$$-\frac{\sqrt{1-u^2}\,\left(u^2-1\right)\,\sqrt{u^2+3}}{4u^2+4}$$