1 Pendule à couteau cylindrique roulant sur un plan fixe

1.1 Les orbits et l'enveloppe

On rappelle que les coordonnées de G vérifient :

$$\begin{aligned} x &= -r_1\theta + l_1 \sin\theta \\ y &= -l_1 \cos\theta \end{aligned}$$

C'est une cycloïde *allongée* (couleur rouge).

L'enveloppe des ensembles des cycloïdes allongées sont calculées par

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial y}{\partial l_1} - \frac{\partial x}{\partial l_1} \cdot \frac{\partial y}{\partial \theta} = 0$$

On obtient :

$$\begin{aligned} (-r_1 + l_1 \cos\theta) \cdot (-\cos\theta) - \sin\theta \cdot l_1 \sin\theta = 0 \\ l_1 = r_1 \cos\theta \end{aligned}$$

On remplace l_1 par l'expression précédemment calculée dans les équations des cycloïdes allongées :

$$\begin{aligned} x &= -r_1\theta + r_1 \cos\theta \sin\theta \\ y &= -r_1 \cos^2\theta \end{aligned}$$

C'est aussi une cycloïde (couleur bleu).

L'animation se trouve sur la page prochaine.

Pendule à couteau cylindrique roulant sur un plan fixe