

Application des réflexions d'une onde sonore dans une cavité ellipsoïdale

ML

13 décembre 2011

1 Haut-parleurs Elipson en forme de conque ellipsoïdale

La société Elipson a fabriqué et commercialisé dans les années 60-70 des réflecteurs sonores utilisant la propriété de l'ellipse qu'un rayon passant par un foyer se réfléchit sur la paroi et passe par l'autre foyer. Le site suivant est un musée des réalisations de cette entreprise : <http://passion-elipson.com/>

Le manuel de Physique pour les classes de mathématiques et sciences expérimentales, édité en 1961 par la librairie Hatier et dont l'auteur est R. FAUCHER, contient une excellente étude de cet haut-parleur, en voici l'essentiel :

« Pour améliorer l'audition de la parole et de la musique on construit actuellement des réflecteurs elliptiques dont la forme rappelle certains coquillages ouverts. Le fond d'un haut-parleur est placé au foyer \mathcal{F} d'un ellipsoïde de révolution creux, dont la surface est parfaitement polie. Une des propriétés de cette surface est que tout point J de cette courbe, joint aux deux foyers, détermine deux droites faisant des angles égaux avec la normale en J à la courbe. Par suite, tout rayon sonore incident donne un rayon sonore réfléchi passant par le deuxième foyer \mathcal{F}' .

Si, par construction, l'axe de symétrie du haut-parleur est orienté suivant la direction FI , l'énergie transmise par la coquille, ou conque, est contenue à l'intérieur du cône de sommet \mathcal{F}' [...]. Un tel réflecteur produit un **effet directif** très apprécié permettant à un auditeur de localiser la source sonore émettrice beaucoup mieux qu'à l'écoute d'un simple haut-parleur[...] »

Ce paragraphe est illustré, dans le livre, par un schéma que nous allons essayer de reproduire.

2 Calcul préalable au dessin du haut-parleur

Intersection d'une droite horizontale passant par le foyer avec l'ellipse.

Équations paramétriques de l'ellipse dont le grand axe est incliné d'un angle θ avec l'horizontale.

$$\begin{cases} x &= a \cos(t) \cos \theta - b \sin(t) \sin \theta \\ y &= b \sin(t) \cos \theta + a \cos(t) \sin \theta \end{cases}$$

La droite a pour équation : $y = y_0 = c \sin \theta$. L'équation à résoudre est donc :

$$b \sin(t) \cos \theta + a \cos(t) \sin \theta = c \sin(\theta)$$

Transformons l'équation en posant $t' = \tan(\frac{t}{2})$.

$$b \cos \theta \frac{2t'}{1+t'^2} + a \sin \theta \frac{1-t'^2}{1+t'^2} - c \sin \theta = 0$$

$$2t'b \cos \theta + a(1-t'^2) \sin \theta - c(1+t'^2) \sin \theta = 0$$

$$t'^2(a+c) \sin \theta - 2bt' \cos \theta + (c-a) \sin \theta = 0$$

Réolvons cette équation en t' :

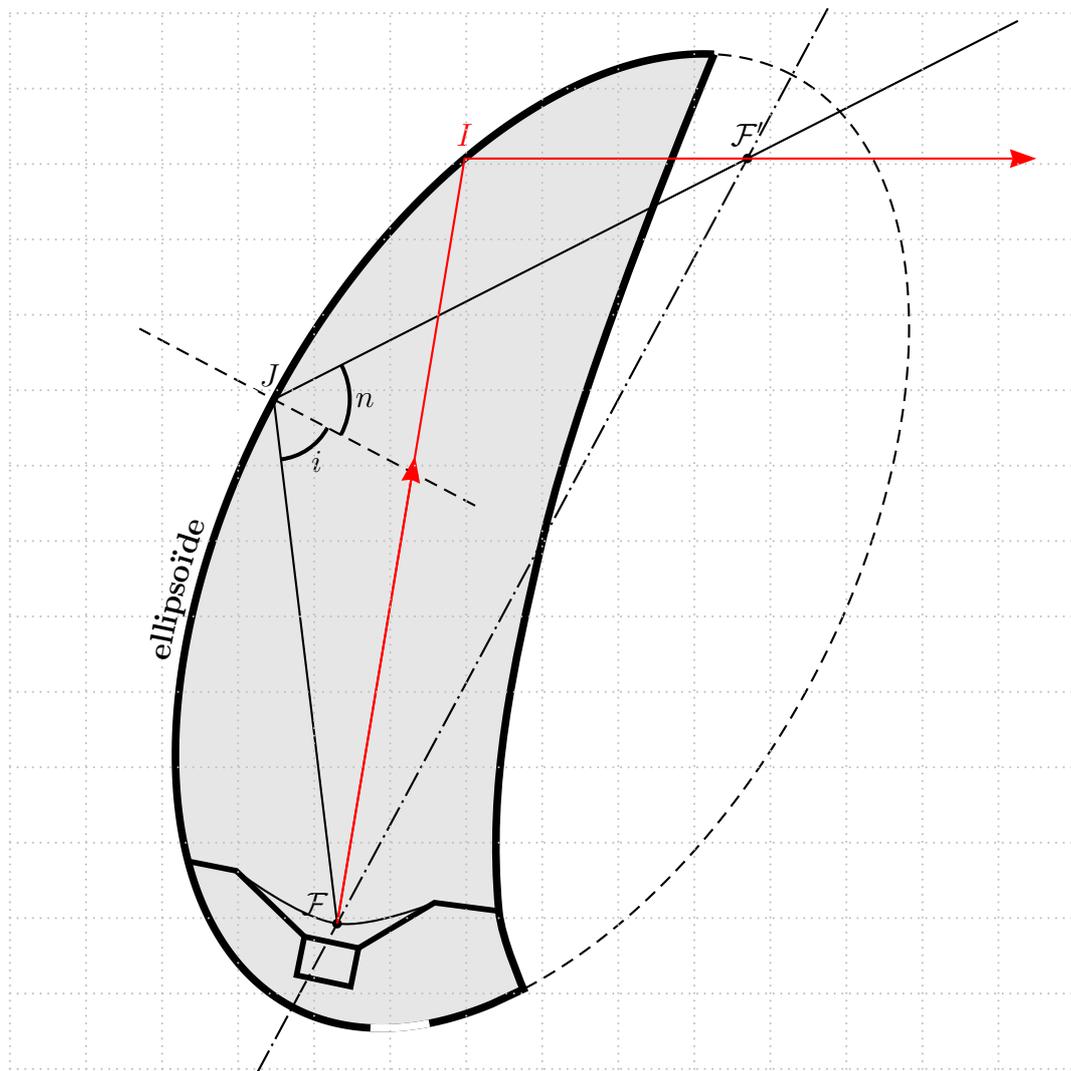
$$\Delta' = b^2 \cos^2 \theta + (a^2 - c^2) \sin^2 \theta$$

Puisque $a^2 - c^2 = b^2$, le discriminant réduit s'écrit :

$$\Delta' = b^2$$

$$t' = \arctan \left(\frac{b \cos \theta \pm b}{(a+c) \sin \theta} \right)$$

3 La “conque sonore”



4 Dans la nature...

On ne peut qu'être frappé par la ressemblance existant entre cette “conque sonore” et les oreilles dressées d'un animal aux aguets. Il semble que la nature les a doté d'oreilles en forme d'ellipsoïde dont le tympan occupe la position de l'un des foyers afin de repérer de façon très précise les prédateurs.

