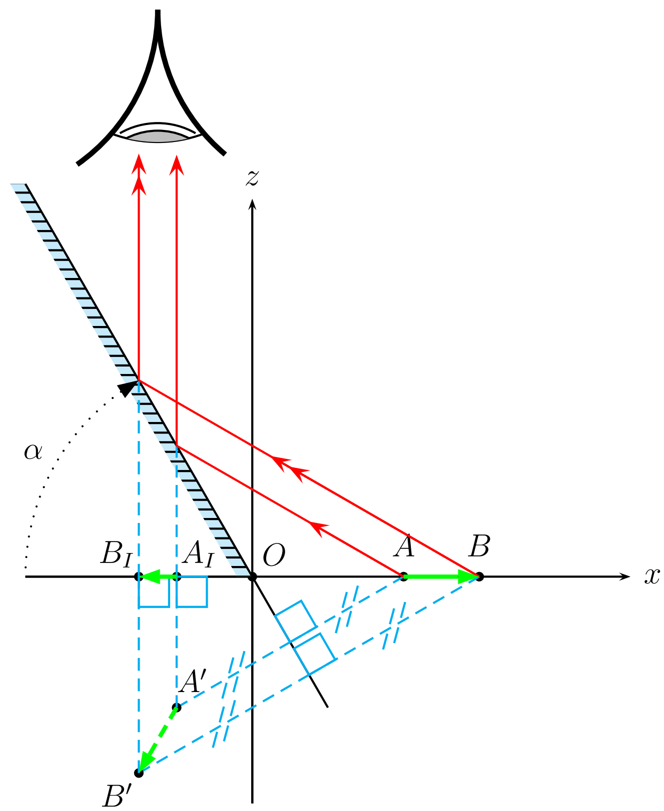
Anamorphose dans un miroir plan

Team “http://melusine.eu.org/syracuse/G/pstricks/”

23 juillet 2001
révision 5 octobre 2011



Il s'agit d'un miroir plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. L'image anamorphosée est posée sur la table horizontale devant le miroir et l'observateur se place au-dessus du miroir pour regarder l'image dans le miroir.

Le repère choisi $(Oxyz)$ est tel que (Oxz) est le plan vertical et (Oxy) le plan horizontal avec (Oy) dirigé vers l'arrière de la feuille.

Appelons (Δ) la droite représentant le plan du miroir dans le plan (Oxz), son équation s'écrit :

$$z = -(\tan\alpha)x$$

$A'(x'_A, z'_A)$ symétrique de $A(x_A, 0)$ par rapport à (Δ) remplit la double condition :

1) (AA') et (Δ) sont perpendiculaires.

$$(AA')\perp(\Delta) \Longrightarrow \overrightarrow{A'A}.\overrightarrow{u}_\Delta = 0$$

$$\overrightarrow{u}_\Delta = \begin{pmatrix} -\cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$-(x_{A'} - x_A)\cos\alpha + z_{A'}\sin\alpha = 0 \tag{1}$$

2) Le milieu (H) de $(AA') \in (\Delta)$

$$\begin{cases} x_H &= \dfrac{x_A + x_{A'}}{2} \\ z_H &= \dfrac{0 + z_{A'}}{2} \end{cases}$$

$$z_{A'} = -(\tan\alpha) \times (x_A + x_{A'}) \tag{2}$$

En portant $z_{A'}$ dans (1) :

$$-(x_{A'} - x_A)\cos\alpha - \tan\alpha \times \sin\alpha \times (x_A + x_{A'}) = 0$$

Après rearrangement et simplification on obtient :

$$\begin{cases} x_{A'} &= x_A\cos 2\alpha \\ z_{A'} &= -x_A\sin 2\alpha \end{cases}$$

Mais comme il s'agit de construire l'image anamorphosée, celle que l'on va placer devant le miroir et dont le miroir rendra la forme exacte, ce sont les formules inverses qu'il faut appliquer ($z_{A'}$ n'a pas d'utilité ici) :

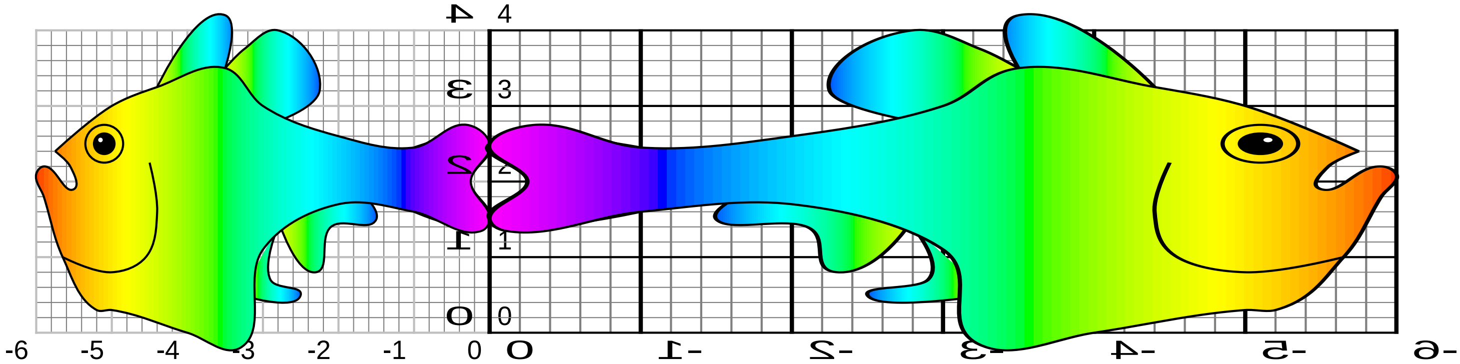
$$\boldsymbol{x_A = \frac{x_{A'}}{\cos 2\alpha}}$$

Il faut prendre $45° < \alpha < 90°$

Si l'on considère une image que l'on souhaite anamorphoser (afin de la reconstituer dans le miroir), cette image étant située dans le plan Oxy, il faudra donc appliquer les transformations suivantes à chaque point $A'(x_{A'}, y_{A'})$ de cette image :

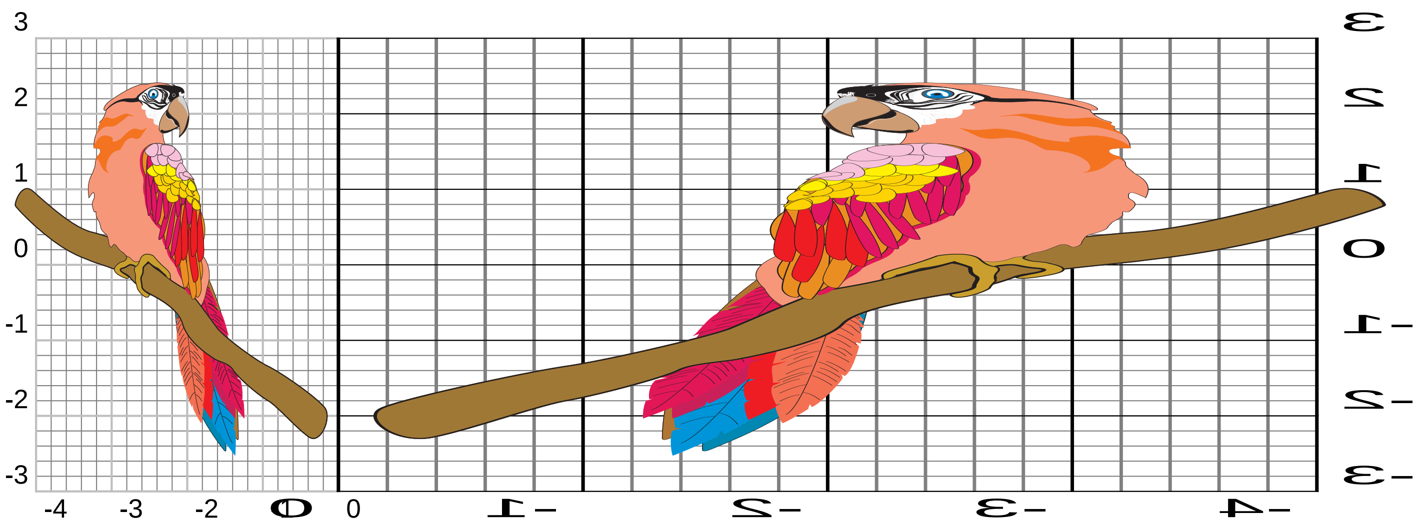
$$\boldsymbol{A'(x_{A'}, y_{A'}) \longrightarrow A(\frac{x_{A'}}{\cos 2\alpha}, y_{A'})}$$

L'ordonnée ne change pas.



`\VoirDansUnMiroir[inclinaison=60]{\psgrid(-6,4)\Poisson}`

L'image anamorphosée est à droite. La feuille étant posée horizontalement, une arête du miroir se place sur le ligne commune et le miroir doit être incliné de 60° (ou de l'angle pour lequel l'image a été calculée) avec l'horizontale vers la gauche. On regarde au-dessus, l'image observée dans le miroir doit être identique à l'image située à gauche sur le dessin.



`\VoirDansUnMiroir[inclinaison=54]{input{parrot.tex}}`