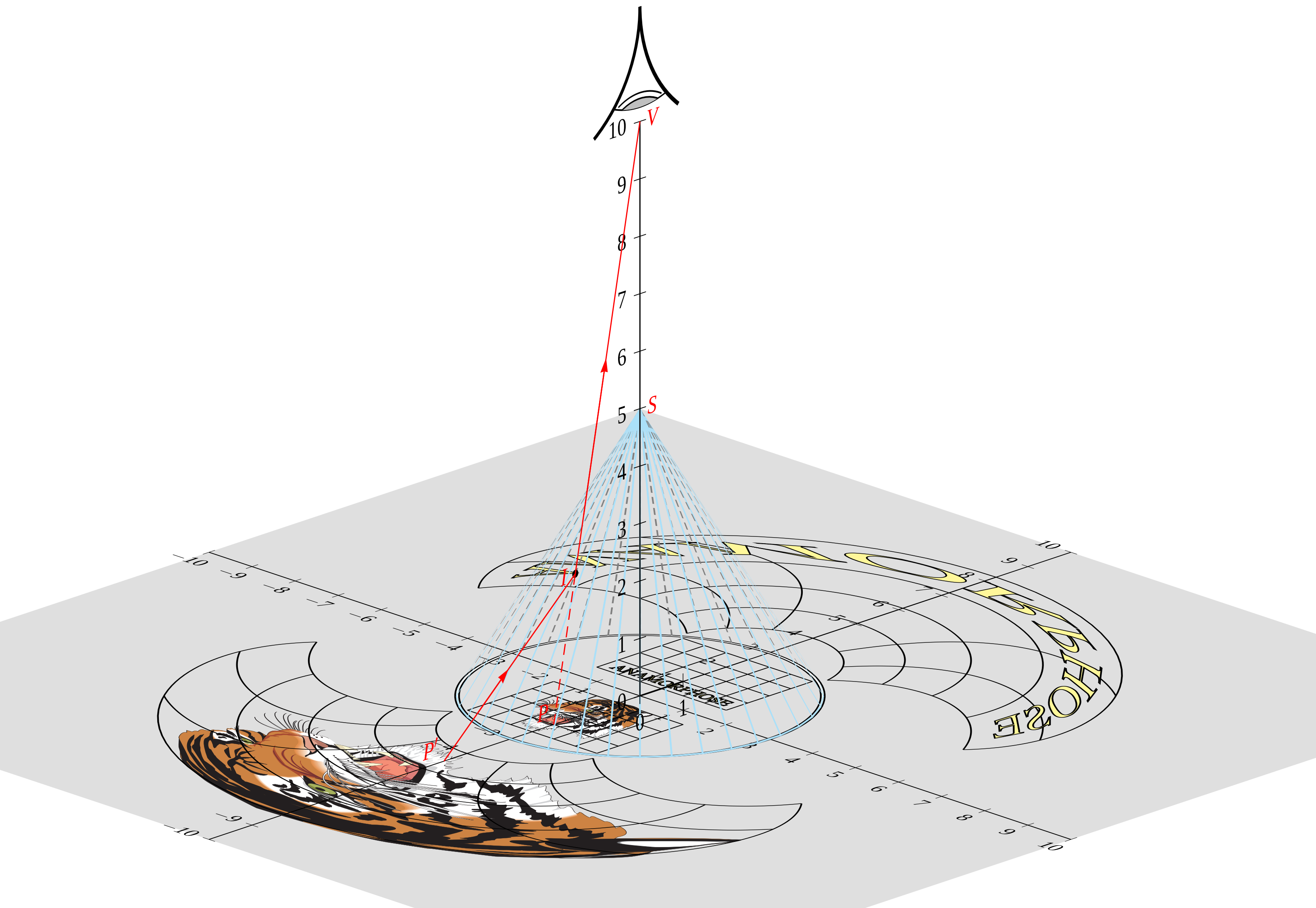
Les anamorphoses coniques

Team “http://melusine.eu.org/syracuse/G/pstricks/”

3 septembre 2001
révision 7 octobre 2011

1 Principe



Le principe est identique à celui de l’anamorphose cylindrique : imaginons un rayon lumineux provenant de l’objet « anamorphique », se réfléchissant sur le miroir conique et parvenant à l’œil de l’observateur placé au-dessus et dans l’axe du cône à une position suffisamment haute pour que l’observateur puisse être considéré comme ponctuel. Ainsi l’observateur aura l’illusion d’observer l’image reconstituée par le miroir conique. Image et objet sont dans le plan horizontal.

2 Calculs

Il s'agit de déterminer en premier, l'intersection de (VP) avec le cône, qu'on appelle I (point d'incidence). Les coordonnées de V, S et P sont notées : $V(0,0,Z_V)$, $S(0,0,Z_S)$ et $P(X_P,Y_P,0)$.

L'équation paramétrique de la droite (PV) s'écrit $\overrightarrow{IV} = \lambda\overrightarrow{PV}$:

$$\left\{\begin{array}{lcl} 0-x_I & = & \lambda(0-x_P) \\ 0-y_I & = & \lambda(0-y_P) \\ z_V-z_I & = & \lambda(z_V-0) \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{lcl} x_I & = & \lambda x_P \\ y_I & = & \lambda y_P \\ z_I & = & (1-\lambda)z_V \end{array}\right.$$

On pose :

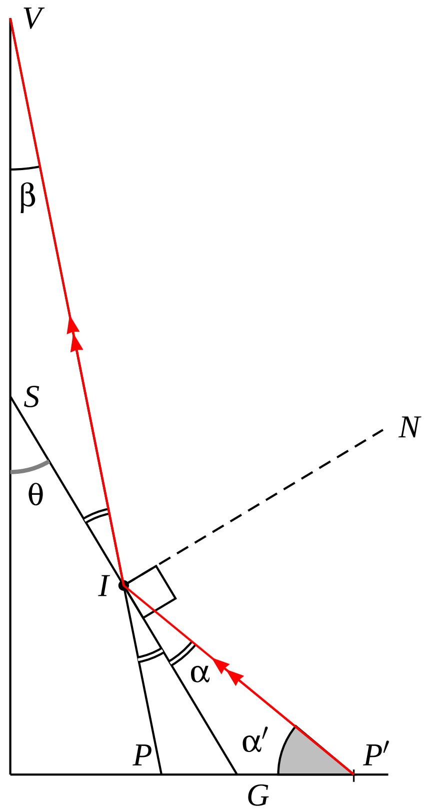
$$r_I^2 = x_I^2 + y_I^2 \quad \text{et} \quad r_P^2 = x_P^2 + y_P^2 \quad \text{et} \quad |\overrightarrow{OG}| = R$$

Le point I appartenant au cône, ses coordonnées vérifient la relation (théorême de Thalès):

$$\frac{R}{z_S} = \frac{r_I}{z_S - z_I}$$

$$\frac{R}{z_S} = \frac{\lambda r_P}{z_S - (1-\lambda)z_P}$$

$$\lambda = \frac{R(z_S - z_V)}{r_P z_S - R z_S}$$



Pour construire le rayon incident, $(P'I)$, (IV) est le rayon réfléchi, déterminons α'.

Un raisonnement géométrique élémentaire nous montre que :

$$\alpha' = 90^\circ - 2\theta + \beta$$

avec

$$\beta = \arctan\frac{r_P}{z_V}$$

et

$$\theta = \arctan \frac{R}{z_S} \quad \text{demi-angle au sommet du cône}$$

Dans le plan horizontal, les coordonnées de P' sont :

$$\begin{cases} x_{P'} &= x_I + \dfrac{z_I}{\tan\alpha'} \\ y_{P'} &= y_I + \dfrac{z_I}{\tan\alpha'} \end{cases}$$

3 Les macros \psircleACO, \psarcACO,\psframeACO, \pscurveACO, \psccurveACO, \psbezierACO et \pnodeACO

Ces commandes sont calquées sur celles de PStricks, elles ont donc les mêmes options.

4 Les commandes PStricks dédiées à l'anamorphose sphérique

4.1 Les options générales

Ce sont le valeurs par défaut qui sont indiquées .

- Le rayon de la base du cône : Rmirror=3 ;
- la hauteur du cône, la cote du sommet : Zs=5
- la cote de l'observateur : Zv=100 ;
- un booléen [Mirror=true] pour dessiner ou non le cercle, base du cylindre dans le plan ;
- un paramètre d'échelle scale=1 qui agit sur les deux coordonnées de l'image, ceci a fait d'adapter la taille de l'image à la possibilité d'une anamorphose ;
- un paramètre de décalage yshift=0, pour déplacer l'image suivant l'axe *Oy*, pour la même raison que précédemment: l'image doit être du même côté que l'observateur, à l'intérieur de la sphère et près du bord du miroir. yshift=0 doit être donné en pts (provisoirement) ;
- un paramètre de décalage xshift=0, en pts, pour déplacer l'image suivant l'axe *Ox*.

4.2 Un texte

```
\pstextACO[options]{texte}
```

- le type de fonte [PSfont=Times-Roman] ;
- la taille en pts [fontsize=40] ;
- le décalage vertical en cm [Yoffset=0].

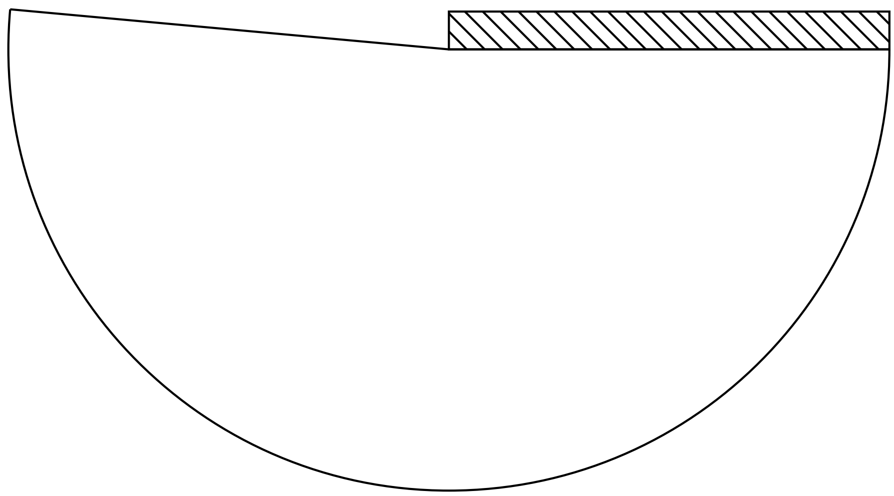
Le texte est toujours centré horizontalement.

```
\pstextACO[linecolor=blue,fillstyle=solid,fillcolor=green!50,
          fontsize=15,Yoffset=-3]{PStricks}
```

5 Construction d’un miroir conique

Les images précédentes ont été calculées avec un cône dont le cercle de base a pour rayon $R = 3$cm et dont la hauteur vaut $h = 5$ cm. Pour construire un tel miroir on peut procéder de la façon suivante :

1. découper sur du carton le modèle suivant :

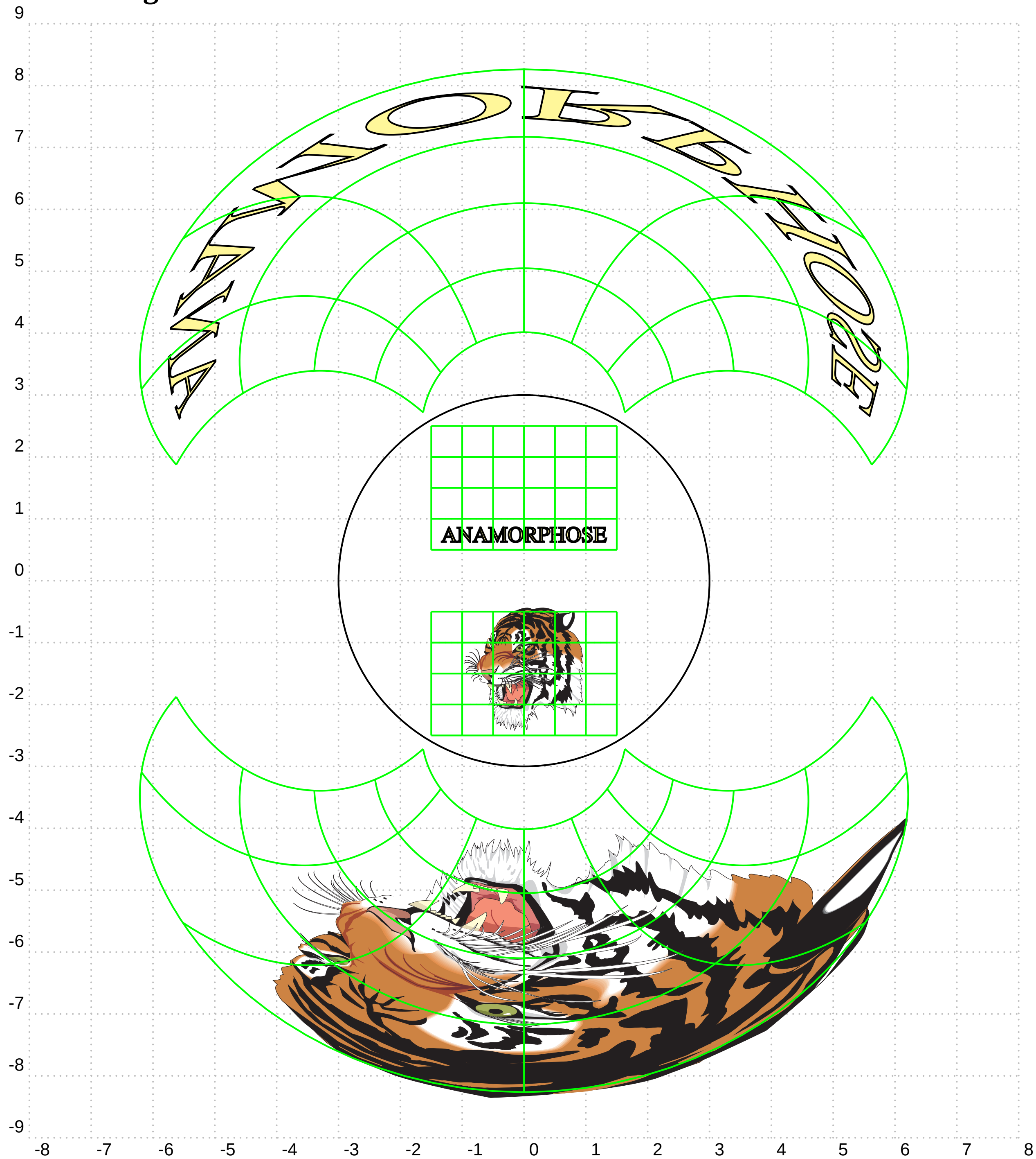


2. il faut coller du papier métallisé bien réfléchissant, en le lissant bien, sur cette surface.

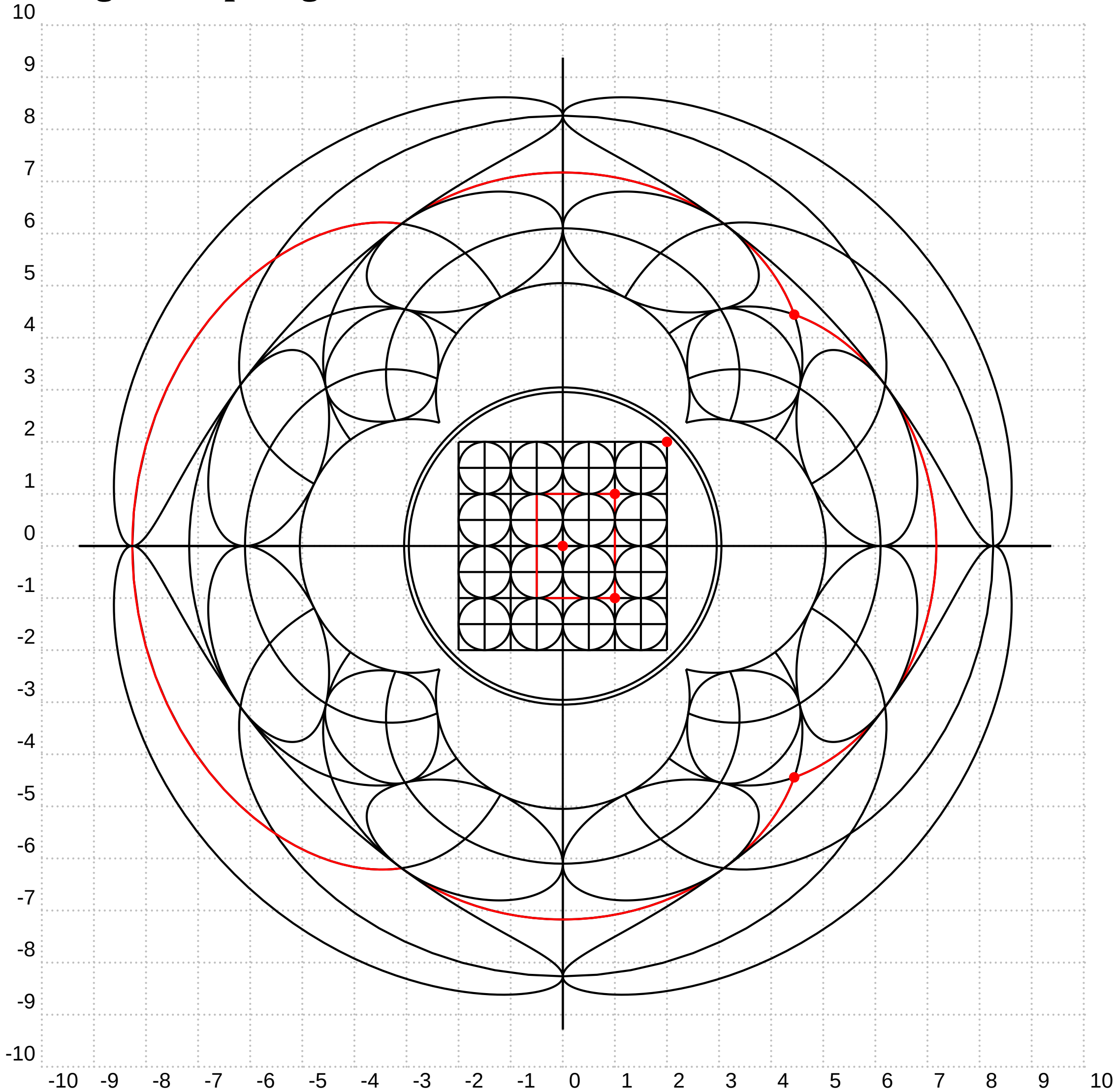
Les schémas sont à l’échelle $\frac{1}{2}$, on peut revenir à l’échelle 1 en supprimant `\psset{unit=0.5}`

6 Les exemples

6.1 Le tigre



6.2 Image d'un pavage avec des cercles



6.3 Image d’un pavage classique