

Partie 1 : Nouveau théorème

Soit ABC un triangle quelconque. La bissectrice de l'angle \widehat{BAC} coupe la droite (BC) en D . La parallèle à la droite (AD) passant par C coupe la droite (AB) en E .

Démontrez que

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

Pour cela, on suivra le cheminement suivant :

- expliquer pourquoi le triangle ACE est isocèle en A ;
- en posant $k = \frac{BD}{BC}$, expliquer pourquoi $DC = BC \times (1 - k)$ et $AC = BE \times (1 - k)$;
- conclure.

Partie 2 : Application du théorème

Soit un triangle ABC tel que $AB = 24$ cm, $AC = 56$ cm et $BC = 40$ cm.

La bissectrice de l'angle \widehat{BAC} coupe la droite (CB) en D . La bissectrice de l'angle \widehat{ABC} coupe la droite (AC) en E . La bissectrice de l'angle \widehat{BCA} coupe la droite (AB) en F .

1/ Calcule les longueurs DB , DC , EA , EC , FA et FB .

2/ On appelle I le centre du cercle inscrit au triangle ABC .

Évalue les rapports $\frac{ID}{IA}$, $\frac{IE}{IB}$ et $\frac{IF}{IC}$. Calcule leur produit.

Reprise de l'exercice exo2 pour en faire un exercice un peu plus abordable au niveau de la première question.
