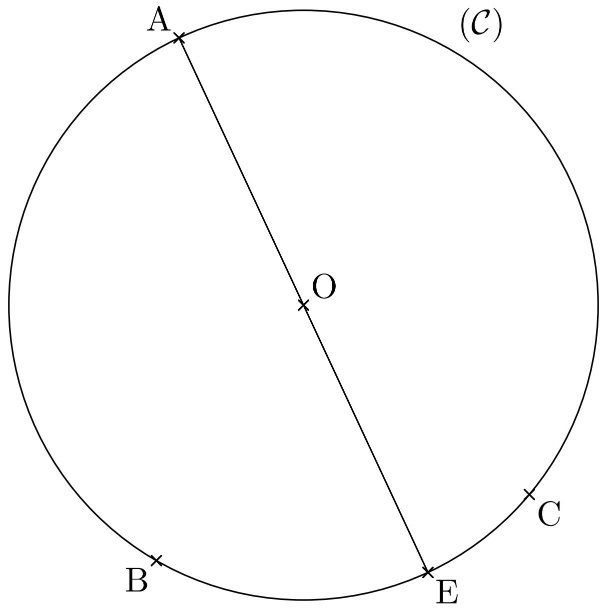
Les trois parties sont indépendantes.

Partie I



La figure 1 ci-contre est à compléter :
B et C sont deux points du cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de diamètre $[AE]$.

1/ Démontrer que ACE et ABE sont des triangles rectangles.

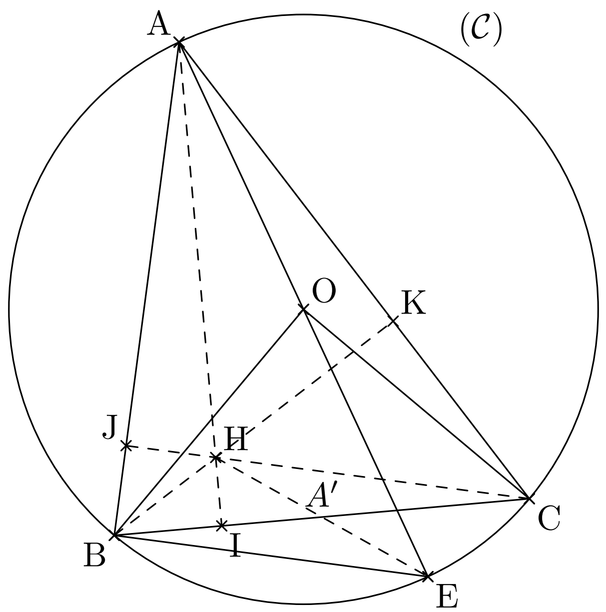
2/ La parallèle à (EC) passant par B coupe $[AC]$ en K.
La parallèle à (EB) passant par C coupe $[AB]$ en K.
(BK) et (CJ) se coupent en H. Démontrer que $BCHE$ est un parallélogramme.

3/ Placer le milieu A' de $[BC]$ et démontrer que A' est le milieu de $[HE]$.

4/ Dans le triangle AHE, démontrer que : $AH = 2 \times OA'$.

5/ Démontrer que H est le point de concours des hauteurs.

Partie II



La figure 2 est donnée ci-contre.
Le triangle ABC inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ de centre O, est tel que $\widehat{BOC} = 90°$.

1/ Combien mesure l'angle $\widehat{BAC}$? Justifier la réponse.

2/ A' est le milieu de $[BC]$. Démontrer que : $OA' = \dfrac{1}{2}BC$.

3/ On appelle H le point d'intersection des hauteurs du triangle ABC.
On rappelle que : $AH = 2 \times OA'$. En déduire que : $AH = BC$.

Partie III

On considère un triangle ABC dont l'angle de sommet A mesure 45°.

1/ Tracer la hauteur issue de C. Elle coupe le segment $[AB]$ en J. Démontrer que $JC = JA$.

2/ Tracer la hauteur issue de A. Elle coupe le segment $[BC]$ en I et le segment $[JC]$ en H.
Démontrer que $\widehat{BAI} = \widehat{JCB}$.

3/ Dans le triangle rectangle HJA, exprimer $\tan\widehat{JAH}$.
Dans le triangle rectangle BJC, exprimer $\tan\widehat{JCB}$.
En déduire que : $JB = JH$.

4/ Quelle est l'image du triangle BJC par la rotation de centre J qui transforme C en A.
Comparer les longueurs HA et BC.