

Prélude

1/ D'après la figure ci-contre, tracer $ABCP$ en respectant les données suivantes : $AB = 6$ cm ; $BC = 8$ cm ; $BM = 3$ cm ; et $(CP) \parallel (AB)$.

2/ Mesurer les angles \widehat{BAM} et \widehat{MAC} .

Pourquoi ces mesures ne permettent-elles pas d'affirmer que la droite (AM) est la bissectrice de \widehat{BAC} ?

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Première Partie

1/ (a) Calculer la longueur AC .

(b) Calculer \widehat{BAC} et \widehat{BAM} le plus précisément possible.

Expliquer pourquoi les valeurs obtenues ne permettent pas d'affirmer que la droite (AM) est la bissectrice de \widehat{BAC} .

2/ Calculer la longueur CP .

3/ Quelle est la nature du triangle ACP ? Que peut-on en déduire pour les angles \widehat{MAC} et \widehat{CPM} ?

4/ Démontrer alors que $\widehat{MAC} = \widehat{BAM}$ et donc que la droite (AM) est bien la bissectrice de \widehat{BAC} .

Deuxième Partie

1/ La droite (AM) est, d'après la première partie, la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} . Sur la figure tracée à la première question du prélude :

- tracer la bissectrice, (d) , de l'angle \widehat{ABM} ;
- nommer O le point d'intersection de la droite (d) et de la droite (AM) ;
- tracer la hauteur issue de O du triangle AOB et la hauteur issue de O du triangle BOM (ces hauteurs sont des rayons du cercle inscrit dans le triangle BAC) ;
- tracer ce cercle.

2/ (a) Calculer l'aire du triangle ABM .

(b) Exprimer l'aire du triangle AOB et l'aire du triangle BOM en fonction du rayon r du cercle inscrit dans le triangle BAC .

(c) Trouver une relation entre ces trois aires.

En déduire le rayon r .